مقارنة طريقة انحدار (Ridge) مع بعض الطرائق التقليدية لتقدير معلمتي توزيع لوماكس باستعمال المحاكاة

أ. م. د. نزار مصطفى الصراف   أ. م. غفران اسماعيل كمال   أ. م. د. وليد عبد الله ارحيمة

كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد   الكلية التقنية الإدارية/قسم المعلوماتية

ألخلاصه

تم في هذا البحث تقديم الجوانب النظرية لواحد من اهم التوزيعات الإحصائية وهو توزيع لوماكس والذي يمتلك العديد من التطبيقات في مجالات عدة، تم اعتماد مجموعة من طرق التقدير ومقارنتها مع طريقة تقدير انحدار (Ridge) ، وبهدف معرفة الطريقة الأفضل تم اعتماد مقياس مجموع مربعات الخطأ وتطبيقة على مجموعة من تجارب المحاكاة عددها (36)تغايرت فيما بينها حسب حجم العينة وقيمة كل من معلمة الشكل ومعلمة القياس لتوزيع لوماكس، أظهرت النتائج قدرة طريقة التقدير (RRE) على تقديم مقدرات لمعلمات التوزيع هي الأفضل مقارنة مع طرق التقدير الباقية والمعتمدة في البحث وهي (GPWM , MLE, LSE) كما أظهرت النتائج تغاير أقيام متوسط مربعات الخطأ العائد من عملية التقدير بالاعتماد على كل من (طريقة التقدير،حجم العينة، معلمة التوزيع) كما ويمكن اعتماد طريقة التقدير الأفضل (RRE) على توزيعات إحصائية أخرى بالإضافة إلى اعتماد توزيع لوماكس وتطبيق طرق تقدير أخرى مثل (شرنكيج، جكنايف، كيرنل) لملاحظة مدى قدرة هذه الطرق على تقديم مقدرات أفضل لمعلمات توزيع لوماكس .

المصطلحات الأساسية للبحث/ توزيع لوماكس- متوسط مربعات الخطأ- طرق التقدير- معلمة الشكل- معلمة القياس- تجارب المحاكاة- مضاعف لاكرانج.

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد ١٩
العدد ٧١
الصفحات ٣٥١- ٣٦٦

(١) المقدمة وهدف البحث (Introduction & objective research)

يستخدم توزيع لو ماكس في مشكلات الطب الحياتي (biomedical problems) ويعد ذو استخدام واسع في نماذج الحياة (Life models)وكذلك يستخدم في دراسات الدخل(Income studies) وأيضا لهذا التوزيع أهمية في نظرية المعولية(Reliability theorem) وفي النماذج التصادفية (stochastic models) لمعدل الفشل المتناقص ويمكن ان يعرف بواسطة معلمة القياس (scale parameter) ولتكن (β) ومعلمة الشكل (shape parameter) ولتكن (λ)، واستخدم هذا التوزيع لأول مرة من قبل العالم (Lomax) عام(١٩٥٤) ويسمى توزيع لوماكس بتوزيع باريتو من النوع الثاني (pareto type II) او توزيع بيرسون من النوع السادس (Pearson type VI)وان هدف هذا البحث هو مقارنة بعض طرق تقدير معلمات توزيع لوماكس بغية الوصول الى أفضل مقدر .

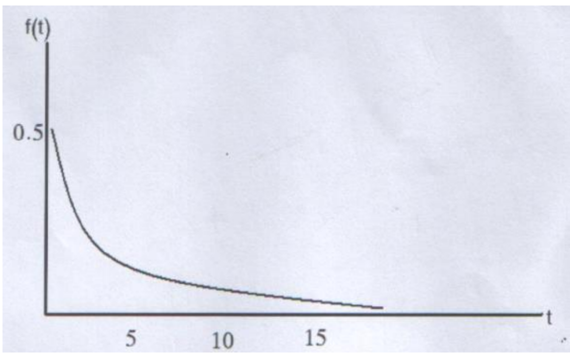
(٢) توزيع لوماكس (Lomax distribution)

ان دالة كثافة الاحتمال (probability density function) لهذا التوزيع(شكل (١)) هي:-

$$f(t,\lambda,\beta)=\frac{\lambda}{\beta}(1+\frac{t}{\beta})^{-(\lambda+1)} \qquad t>0,\lambda>0,\beta>0 \quad ....(1)$$

حيث ان

λ معلمة الشكل (shape parameter)، β معلمة القياس(scale parameter)



شكل (١) يبين دالة كثافة الاحتمال لتوزيع لوماكس

اما الدالة التجميعية (cumulative function) لتوزيع لوماكس فتكون بالشكل كالتالي

$$F(t;\lambda,\beta)=p(T\le t)=\frac{\lambda}{\beta}\int_0^t(1+\frac{u}{\beta})^{-(\lambda+1)}du$$

$$F(t;\lambda,\beta)=1-(1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda} \quad \text{...........(2)}$$

ودالة المخاطرة(risk function) عند الزمن (t) فهي

$$h(t)=\frac{\lambda}{\beta}(1+\frac{t}{\beta})^{-1} \quad \text{.................(3)}$$

اما الوسط الحسابي لهذا التوزيع

$$mean=\frac{\beta}{\lambda-1} \ , \ \lambda>1$$

في حين ان التباين هو

$$variance=\frac{\lambda\beta}{(\lambda-1)^2(\lambda-2)}, \quad \lambda>2$$

اما دالة البقاء(survival function) فانها تستخدم في الجانب الطبي والحياتي وتعرف على انها احتمال بقاء كائن ما حيا بعد الوقت (t) ولها نفس المفهوم الرياضي لدالة المعولية

$$S(t)=p(T>t)$$

$$S(t)=(1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda} \quad \text{...........(4)}$$

ويمكن الحصول على توزيع باريتو من النوع الاول من توزيع لوماكس وبالشكل التالي:-

$$f(t)=\frac{\lambda}{\beta}(1+\frac{t}{\beta})^{-(\lambda+1)}$$

$$f(t)=\frac{\lambda}{\beta}(\frac{\beta+t}{\beta})^{-(\lambda+1)}$$

$$f(t)=\frac{\lambda}{\beta}(\frac{\beta}{\beta+t})^{(\lambda+1)}$$

$$f(t)=\frac{\lambda\beta^{\lambda}}{(t+\beta)^{\lambda+1}} \quad f(t)=g(t+\beta).|J|$$

$$g(x)=f(t=h(x)^{-1}).|J| \quad x=t+\beta \qquad |J|=\frac{dt}{dx}=1$$

$$g(x)=\frac{\lambda\beta^{\lambda}}{x^{\lambda+1}} \qquad x>0,\lambda>0,\beta>0$$

λ هي معلمة الشكل

β هي معلمة القياس

x متغير عشوائي له توزيع باريتو من النوع الاول

(٣)طرائق تقدير المعلمات (Parameter estimation methods)

a-طريقة الامكان الأعظم ((Maximum Likelihood method (MLE)

تعتبر من طرائق التقدير المهمة والتي تقوم بتقدير قيم المعلمات وذلك بجعل لوغاريتم دالة الامكان في نهايتها العظمى، ولغرض الحصول على مقدرات الامكان الأعظم يتم اخذ اللوغاريتم لدالة الامكان الأعظم ومن ثم أجراء التفاضل الجزئي لكل معلمة من معلمات التوزيع المراد تقديرها ومساواة الناتج في كل حالة بالصفر وكما يلي:-

$$L(t_i,\lambda,\beta)=(\frac{\lambda}{\beta})^{n}\prod_{i=1}^{n}(1+\frac{t_i}{\beta})^{-(\lambda+1)} \quad \frac{d\ln l}{d\lambda}=\frac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}\ln(1+\frac{t_i}{\beta})$$

$$\hat{\lambda}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(1+\frac{t_i}{\beta})} \quad \text{............(5)}$$

$$\frac{n}{\hat{\beta}(\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i}{\hat{\beta}^2+\hat{\beta}t_i}}-1=\frac{n}{\sum_{i=1}^{}\ln(1+\frac{t_i}{\hat{\beta}})} \quad \text{.........(6)}$$

وباستخدام اسلوب التكرار لحل المعادلة (6) لقيمة $\hat{\beta}$ وتعويضها في المعادلة (5) للحصول على $\hat{\lambda}$ ، وبالتعويض في المعادلة (4) نحصل على مقدر الامكان الأعظم لدالة البقاء

$$S_{ml}(t) = (1+\frac{t}{\hat{\beta}_{ml}})^{-\hat{\lambda}_{ml}}$$

b-**طريقة المربعات الصغرى**(Least Square method (LSM)

تعتمد الفكرة الأساسية لهذه الطريقة على تحويل دالة(c.d.f) الى نموذج مماثل لنموذج الانحدار الخطي وكالاتي :-

$$F(t,\lambda,\beta) = 1-(1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda}$$

$$1-F(t,\lambda,\beta) = (1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda} \quad \text{.......(7)}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة (7) يتم الحصول على

$$\ln(1-F(t,\lambda,\beta)) = -\lambda\ln(1+\frac{t}{\beta})$$

$$\ln S(t) = -\lambda\ln(\frac{\beta+t}{\beta}) = -\lambda\ln(\beta+t)+\lambda\ln\beta \quad \text{.......(8)}$$

من المعادلة (8) نستنتج أنموذج الانحدار الخطي وبالشكل التالي

$$y_i = a + bx_i + e_i$$

حيث ان

$$y_i = \ln(\beta+t_i) \;,\; a=\ln\beta \;,\; b=\frac{-1}{\lambda} \;,\; x_i = \ln S(t_i)$$

$$ss = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2$$

نشتق (ss) بالنسبة الى (a,b)ثم نساوي المعادلتين بالصفر ومن ثم نحصل مقدرات (LSE) لكل من (a,b) وكالتالي

$$0=-2\sum(y_i+2n\hat{a}+2\hat{b}\sum x_i \qquad \textbf{.........(9)}$$

$$0=-2\sum(y_ix_i+2\hat{a}\sum x_i+2\hat{b}\sum x_i^2 \qquad \textbf{......(10)}$$

من المعادلة (9)

$$\hat{a}=\frac{\sum y_i-b\sum x}{n}$$

نعوض عن قيمة $\hat{a}$ **في المعادلة (10) نحصل على**

$$\hat{b}=\frac{n\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-(\sum x_i)^2}$$

$$\hat{b}=\frac{n\sum \ln s(t_i)\ln(t+\beta)-\sum \ln s(t_i)\sum \ln(t_i+\beta)}{n\sum(\ln s(t_i))^2-(\sum \ln s(t_i))^2} \qquad \textbf{.............(11)}$$

$$\hat{a}=\frac{\sum x_i\sum x_iy_i-\sum x^2{}_i\sum y_i}{\sum x_i^2-n(\sum x_i)^2}$$

$$\hat{a}=\frac{\sum \ln s(t_i)\sum \ln s(t_i)\ln(t+\beta)-\sum(Lns(t_i))^2\sum \ln(t_i+\beta)}{\sum(\ln s(t_i))^2-n\sum(\ln s(t_i))^2} \qquad \textbf{.........(12)}$$

c-**طريقة انحدار** Ridge (Ridge Regression method (RRM))

ان مقدرات انحدار Ridge (RRE) من الممكن الحصول عليها بتصغير مجموع مربعات الخطأ للنموذج $y_i=a+bx_i+e_i$

وفقا للقيد التالي:-

$$a^2+b^2=\phi$$

حيث إن (ϕ **) ثابت موجب محدد .**

ان طريقة مضاعف لاكرانج (Lagrange multipliers) يتطلب أن نشتق وكالاتي:-

$$L=\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)^2+\lambda(a^2+b^2-\phi)$$

$$\frac{dL}{da}=-2\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)\ +2a\lambda\ \sum_{i=1}^{n}y_i=(\lambda+n)\hat{a}\ +\hat{b}\sum x_i \ \text{.........}\ \mathbf{(13)}$$

$$\frac{dL}{db}=-2\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)\ x_i+2b\lambda\ \sum_{i=1}^{n}x_iy_i=\hat{a}\sum x_i+\hat{b}(\lambda+\sum x_i^2)\ \text{..........}\mathbf{(14)}$$

من المعادلة **(13)**

$$\therefore\hat{b}=\frac{\sum y_i-(n+\lambda)\hat{a}}{\sum x_i}\quad \hat{a}=\frac{\sum x_i\sum x_iy_i-(\sum x_i^2+\lambda)\sum y_i}{(\sum x_i)^2-(n+\lambda)(\sum x_i^2+\lambda)}$$

وبتعويض نتائج المعادلة نحصل على

$$\hat{a}=\frac{\sum\ln s(t_i)\sum\ln s(t_i)\ln(\beta+t_i)-(\lambda+\sum(\ln s(t_i))^2)\sum\ln(\beta+t_i)}{(\sum\ln s(t_i))^2-(n+\lambda)(\sum(\ln s(t_i))^2+\lambda)}\ \text{.........}\mathbf{(15)}$$

$$\hat{b}=\frac{\sum\ln(\beta+t_i)-(n+\lambda)\sum\ln s(t_i)\sum\ln s(t_i)\ln(\beta+t_i)+(n+\lambda)(\lambda+\sum(\ln s(t_i))^2)\sum\ln(\beta+t_i)}{(\sum\ln s(t_i))^3-(n+\lambda)(\sum\ln s(t_i))^2+\lambda)\sum\ln s(t_i)}$$

..(16)

حيث (λ)هي معامل(Ridge) وهي بين(1> λ >0) وعندما ($\lambda=0$) نحصل على مقدرات المربعات الصغرى .

d-**طريقة العزوم الاحتمالية المرجحة العامة** (Generalized probability weighted moment (GPWM))

اقترح(Rusmussen)عام (2001) طريقة العزوم الاحتمالية المرجحة العامة كتعميم لطريقة العزوم الاحتمالية المرجحة (WPM) والتي تشترط إن يكون الأس عدد صحيح موجب صغير بينما طريقة (GPWM) لا تشترط ذلك بل يمكن أن يكون الأس لأعداد غير صحيحة واقل من واحد . إن أسلوب العزوم الاحتمالية العامة المرجحة لتقدير المعالم لتوزيع لوماكس ستكون بالشكل التالي :

$$M_{p,u,v}=E(x(F(x))^u)=\int_0^\infty xF(x)^u f(x)dx\ \text{.........}\mathbf{(17)}$$

حيث ان:

X :متغير مستمر عشوائي

F:دالة التوزيع التجميعية للمتغير (x)

u :تاخذ القيم ($u_1,u_2,...$) حسب عدد المعالم

إن دالة التوزيع التجميعية المعكوسة تعطى بالشكل التالي:-

$$x(F)=\beta((1-F)^{-\frac{1}{\lambda}}-1) \qquad \lambda,\beta,x>0 \quad .....(18)$$

إن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع لوماكس هي بالشكل التالي:

$$f(x)=\frac{\lambda}{\beta}(1+\frac{t}{\beta})^{-(\lambda+1)}$$

إما دالة التوزيع التجميعية فتعطى بالشكل التالي:-

$$F(x)=1-(1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda}$$

ان العزوم الاحتمالية المرجحة النظرية لتوزيع لوماكس تكون بالشكل التالي

$$M_{1,u,0}=\int_0^1 xF^u du \ ....(19)$$

وبتعويض المعادلة (18) بالمعادلة (19) نحصل على

$$M_{1,u,0}=\int_0^1 \beta((1-F)^{-\frac{1}{\lambda}}-1)F^u du \ ....(20)$$

$$M_{1,u,0}=\beta(\beta_e(u+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u+1})$$

حيث ان $\beta_e(a,b)$ هي دالة بيتا

وبما ان توزيع لوماكس بمعلمتين فان العزوم الاحتمالية العامة المرجحة تكون

$$M_{1,u_1,0}=\beta(\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}) \ ....(21)$$

$$M_{1,u_2,0}=\beta(\beta_e(u_2+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_2+1}) \ ....(22)$$

من المعادلة (21)

$$\beta=\frac{M_{1,u_1,0}}{\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}} \ ....(23)$$

من المعادلة (22)

$$\beta = \frac{M_{1,u_2,0}}{\beta_e(u_2+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_2+1}} \quad \text{...............(24)}$$

وبتعويض المعادلة (23)بالمعادلة (22)نحصل على

$$M_{1,u_2,0} = \frac{M_{1,u_1,0}}{\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}}(\beta_e(u_2+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_2+1})$$

$$M_{1,u_2,0}(\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}) = M_{1,u_1,0}(\beta_e(u_2+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_2+1})$$

$$M_{1,u_2,0}(\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}) - M_{1,u_1,0}(\beta_e(u_2+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_2+1}) = 0$$

ان صيغة ($\hat{M}_{1,u,v}$) المقدمة من قبل الباحث(Hosking) عام (١٩٨٦) والمعتمدة على ترتيب العينة ($x_{(1)} < x_{(2)} < ... < x_{(n)}$) تعطى بالشكل

$$\hat{M}_{1,u,v} = \sum_{i=1}^{n} x_{(i)} p_i^u (1-p_i)^v \quad \text{.......(25)}$$

حيث إن($x_{(i)}$)هي المشاهدة (i)في العينة المرتبة

وان (p_i)هي التقدير الأفضل الى ($F(x_{(i)})$)

$$\hat{M}_{1,u_1,0} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i (\frac{i-0.35}{n})$$

وعليه فان تقدير معلمة الشكل ($\hat{\lambda}$) ستكون

$$\hat{M}_{1,u_2,0}(\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}) - \hat{M}_{1,u_1,0}(\beta_e(u_2+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_2+1}) = 0 \quad \text{.....(26)}$$

يصعب حل هذه المعادلة لإيجاد ($\hat{\lambda}$) بالطرائق الاعتيادية ويمكن حلها بإحدى الطرائق العددية كطريقة نيوتن رافسون(Newton Raphson) إما معلمة القياس($\hat{\beta}$)ستكون بالشكل التالي:-

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{M}_{1,u_2,0}}{\beta_e(u_1+1,1-\frac{1}{\lambda})-\frac{1}{u_1+1}} \quad \text{....(27)}$$

٤) نماذج المحاكاة (Simulation models)

لغرض أجراء مقارنات لطرائق التقدير المعتمدة تم أجراء محاكاة لعينات مختلفة من توزيع لوماكس وفق أحجام ومعلمات توزيع مختلفة بحيث ان

أحجام العينة التي تم اعتمادها هي:-

(n1=40,n2=60,n3=80,n4=100)

اما معلمات التوزيع التي تم اعتمادها فهي

$$(\lambda_1 = 0.25, \lambda_2 = 0.50, \lambda_3 = 0.75)$$

$$(\beta_1 = 1, \beta_2 = 1.5, \beta_3 = 2,)$$

وعند اخذ التوافيق الممكنة لكل من حجم العينة واقيام معلمات التوزيع نحصل على (36) تجربة محاكاة مختلفة

إن الحصول على تجارب المحاكاة المختلفة يعتمد على الدالة التجميعية لتوزيع لوماكس وهي:-

$$F(t,\lambda,\beta) = 1 - (1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda}$$

$$R = 1 - (1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda}(1+\frac{t}{\beta})^{-\lambda} = 1 - R$$

$$-\lambda ln\left(1+\frac{t}{\beta}\right) = ln(1-R)$$

$$ln\left(1+\frac{t}{\beta}\right) = \frac{ln(1-R)}{-\lambda}$$

$$\left(1+\frac{t}{\beta}\right) = e^{\frac{ln(1-R)}{-\lambda}}$$

$$\frac{t}{\beta} = e^{\frac{ln(1-R)}{-\lambda}} - 1$$

$$t = \beta\left(e^{\frac{ln(1-R)}{-\lambda}} - 1\right) \ldots..(28)$$

حيث ان (R) تمثل رقم عشوائي بين الصفر والواحد

وباعتماد الصيغة (٢٨) يمكن الحصول على محاكاة لعينة وفق توزيع لوماكس

ولغرض أجراء مقارنات لطرائق التقدير يتم اعتماد

متوسط مربعات الخطا((Mean square error(MSE)) وفق الصيغة التالية:-

$$M_{kh} = \frac{\sum_{i=1}^{r}(\hat{\vartheta}_{ikh} - \vartheta_h)^2}{r} \ldots . (29)$$

حيث ان: -

(M_{kh}) يمثل متوسط مربعات الخطأ العائد لطريقة التقدير (k) وفق المعلمة (h)

($\hat{\vartheta}_{ikh}$) تمثل المقدر وفق التكرار(i) وطريقة التقدير (k) والمعلمة (h)

(ϑ_h) تمثل معلمة التوزيع (h)

($r=1000$) ,($h=1,2$)

(٥)**نتائج المحاكاة** (Simulation Result)

بعد تطبيق طرق التقدير المعتمدة على بيانات المحاكاة التي تم توليدها باعتماد الصيغة رقم (٢٨) ظهرت النتائج على وفق الجدولين (١,٢)

جدول (١) يظهر مقدرات معلمات التوزيع المفترض على وفق كل من (حجم العينة،طريقة التقدير) ولمعلمتي التوزيع

N	β	λ	MLE		LSE		RRE		GPWME	
			$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\beta}_4$
40	1	0.25	0.248641	1.005719	0.246355	0.248641	0.241801	0.996919	0.2475	1.003912
		0.5	0.503663	0.996273	0.498937	0.503663	0.498975	1.015059	0.502249	0.996237
		0.75	0.731152	0.997726	0.718459	0.731152	0.76507	1.039028	0.732005	0.996721
	1.5	0.25	0.243973	1.497957	0.241395	0.243973	0.248359	1.499551	0.243896	1.497072
		0.5	0.500293	1.495677	0.49491	0.500293	0.493061	1.48591	0.498493	1.49252
		0.75	0.756298	1.50513	0.747934	0.756298	0.781392	1.473606	0.757134	1.498591
	2	0.25	0.250972	1.999227	0.247582	0.250972	0.249459	1.998297	0.250143	1.997761
		0.5	0.479135	1.996271	0.471867	0.479135	0.46732	1.97403	0.4765	1.991105
		0.75	0.763357	2.009459	0.751594	0.763357	0.756467	2.010506	0.760315	2.004804
60	1	0.25	0.252722	1.004732	0.249602	0.252722	0.24294	0.999169	0.25112	1.002913
		0.5	0.508231	0.994661	0.504572	0.508231	0.483291	0.983053	0.505005	0.992016
		0.75	0.756881	1.010862	0.747902	0.756881	0.745057	1.012729	0.753903	1.007413
	1.5	0.25	0.249317	1.504857	0.247076	0.249317	0.245376	1.497928	0.248475	1.503256
		0.5	0.502454	1.498161	0.50246	0.502454	0.502997	1.492851	0.502509	1.497627
		0.75	0.742449	1.515487	0.734496	0.742449	0.758728	1.488598	0.742486	1.509577
	2	0.25	0.250089	2.000973	0.247438	0.250089	0.25102	1.998855	0.249652	1.999688
		0.5	0.49463	2.006265	0.491971	0.49463	0.50352	1.991425	0.494987	2.003701
		0.75	0.760877	2.0121	0.757723	0.760877	0.739671	1.993317	0.758125	2.008939
80	1	0.25	0.248371	1.001132	0.246257	0.248371	0.250382	0.995734	0.24815	0.999736
		0.5	0.504404	1.003554	0.499417	0.504404	0.479416	0.997552	0.500908	1.000933
		0.75	0.760834	1.007704	0.757849	0.760834	0.754158	1.017528	0.759569	1.007471
	1.5	0.25	0.245878	1.503904	0.242571	0.245878	0.257917	1.499617	0.24642	1.502137
		0.5	0.506324	1.500546	0.50505	0.506324	0.504715	1.493984	0.505908	1.49937
		0.75	0.734868	1.506514	0.730215	0.734868	0.750661	1.506671	0.735517	1.504642
	2	0.25	0.252594	1.999133	0.251709	0.252594	0.253311	2.009813	0.252489	1.99984
		0.5	0.508982	1.988251	0.506232	0.508982	0.504807	1.987392	0.508014	1.987048
		0.75	0.75232	1.988363	0.74703	0.75232	0.787102	1.9881	0.75474	1.986191
100	1	0.25	0.245166	0.996854	0.243644	0.245166	0.24551	1.002515	0.244896	0.996802
		0.5	0.500846	1.003273	0.495807	0.500846	0.508108	1.000555	0.500564	1.00096
		0.75	0.749382	1.003771	0.744302	0.749382	0.749228	1.000918	0.74835	1.001425
	1.5	0.25	0.251459	1.501179	0.250029	0.251459	0.249218	1.504814	0.250949	1.500962
		0.5	0.498755	1.502036	0.498498	0.498755	0.507355	1.486158	0.499563	1.500338
		0.75	0.756745	1.503972	0.752871	0.756745	0.742567	1.523994	0.754552	1.5044
	2	0.25	0.248118	2.003258	0.2466	0.248118	0.248417	2.00308	0.247844	2.002624
		0.5	0.498315	2.004755	0.49527	0.498315	0.496153	1.99449	0.49749	2.002493
		0.75	0.751841	2.017553	0.748954	0.751841	0.730635	2.019132	0.749143	2.016536

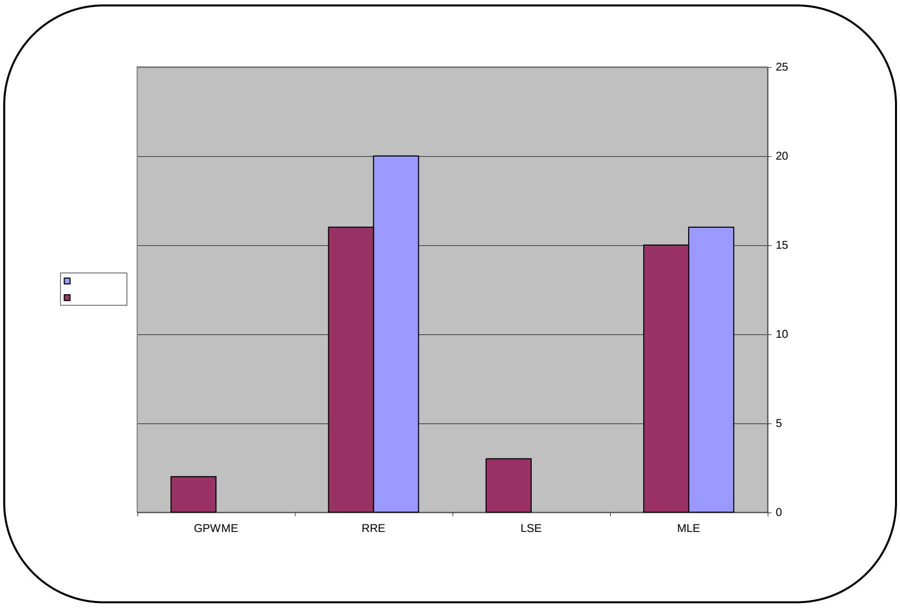
جدول (2) يظهر متوسط مربعات الخطأ العائد لمقدرات معلمات التوزيع المفترض

وفق كل من (حجم العينة، طريقة التقدير) ولمعلمتي التوزيع

N	β		MLE		LSE		RRE		GPWME		Best for (λ)	Best for (β)
		λ	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\beta}_4$		
40	1	0.25	0.00133	0.0016	0.0017	0.00175	0.00158	0.00133	0.0283	0.0094	0.00133	0.00133
		0.5	0.00585	0.00926	0.00739	0.00937	0.00499	0.00518	0.0726	0.0342	0.00499	0.00518
		0.75	0.00835	0.0146	0.010409	0.0147	0.0125	0.0202	0.143175	0.0894	0.00835	0.0146
	1.5	0.25	0.00108	0.00145	0.00149	0.00145	0.00102	0.00119	0.0441	0.015438	0.00102	0.00119
		0.5	0.00478	0.00544	0.00557	0.00559	0.00378	0.0119	0.084713	0.0355	0.00378	0.00544
		0.75	0.0131	0.0136	0.0163	0.0134	0.0203	0.0214	0.153559	0.0689	0.0131	0.0134
	2	0.25	0.001313	0.00194	0.00177	0.00205	0.00126	0.00228	0.0719	0.0256	0.00126	0.00194
		0.5	0.00551	0.00909	0.00711	0.00936	0.00395	0.00725	0.120023	0.0309	0.00395	0.00725
		0.75	0.011	0.0152	0.0133	0.0155	0.00768	0.0163	0.184215	0.0855	0.00768	0.0152
60	1	0.25	0.00107	0.00125	0.00136	0.00128	0.000537	0.00135	0.0231	0.00845	0.000537	0.00125
		0.5	0.00376	0.00486	0.0046	0.00474	0.00264	0.00413	0.0716	0.020272	0.00264	0.00413
		0.75	0.00969	0.0156	0.0119	0.0165	0.00741	0.0085	0.151004	0.0641	0.00741	0.0085
	1.5	0.25	0.000714	0.00117	0.00101	0.0012	0.00101	0.00122	0.0333	0.0114	0.000714	0.00117
		0.5	0.00344	0.00392	0.0046	0.00415	0.00354	0.00211	0.0763	0.0255	0.00344	0.00211
		0.75	0.00698	0.00924	0.00883	0.00986	0.010333	0.0123	0.150984	0.0614	0.00698	0.00924
	2	0.25	0.00065	0.00132	0.000786	0.00134	0.000817	0.00101	0.0469	0.0163	0.00065	0.00101
		0.5	0.00309	0.00442	0.00424	0.00461	0.00277	0.00406	0.0907	0.0322	0.00277	0.00406
		0.75	0.00694	0.011	0.0106	0.0108	0.00623	0.00917	0.170427	0.0609	0.00623	0.00917
80	1	0.25	0.000638	0.000842	0.000735	0.000836	0.000728	0.000948	0.0204	0.00711	0.000638	0.000836
		0.5	0.00268	0.00381	0.00367	0.00399	0.00323	0.00523	0.074	0.0266	0.00268	0.00381
		0.75	0.00456	0.00578	0.00637	0.00633	0.00638	0.00849	0.147038	0.0667	0.00456	0.00578
	1.5	0.25	0.000676	0.000785	0.000867	0.000824	0.000485	0.000829	0.0256	0.0101	0.000485	0.000785
		0.5	0.00246	0.00315	0.00332	0.00333	0.00402	0.00262	0.0734	0.0262	0.00246	0.00262
		0.75	0.00522	0.00713	0.00719	0.00749	0.00828	0.0153	0.152685	0.0719	0.00522	0.00713
	2	0.25	0.000541	0.000974	0.00072	0.00106	0.000531	0.000674	0.0376	0.0158	0.000531	0.000674
		0.5	0.00198	0.0033	0.00275	0.00355	0.00227	0.00491	0.0807	0.0292	0.00198	0.0033
		0.75	0.00515	0.0085	0.00629	0.00879	0.00822	0.0107	0.140901	0.0616	0.00515	0.0085
100	1	0.25	0.000549	0.00061	0.000669	0.000617	0.0006	0.00115	0.0205	0.00813	0.000549	0.00061
		0.5	0.00178	0.00282	0.00215	0.00315	0.00176	0.00311	0.0647	0.026353	0.00176	0.00282
		0.75	0.0045	0.00523	0.00627	0.00565	0.00393	0.00574	0.143831	0.0546	0.00393	0.00523
	1.5	0.25	0.000475	0.000816	0.000637	0.000841	0.000394	0.000722	0.0246	0.00973	0.000394	0.000722
		0.5	0.0022	0.00272	0.00296	0.00292	0.00162	0.00328	0.0674	0.0225	0.00162	0.00272
		0.75	0.00441	0.00626	0.00552	0.0067	0.00419	0.0049	0.151106	0.0645	0.00419	0.0049
	2	0.25	0.000589	0.000767	0.000826	0.000741	0.000514	0.000687	0.0333	0.0123	0.000514	0.000687
		0.5	0.00162	0.00304	0.00207	0.00311	0.00227	0.00207	0.0801	0.026	0.00162	0.00207
		0.75	0.00509	0.00517	0.00654	0.00536	0.00275	0.00756	0.166438	0.0673	0.00275	0.00517

من ملاحظة نتائج الجداول (١,٢) يتبين لنا بان طرائق التقدير تباينت في تقديم متوسط مربعات خطا بالاعتماد على (حجم العينة،قيمة معلمة التوزيع ألمعتمده أثناء أجراء المحاكاة)

وبملاحظة الشكل (٢)



شكل (٢)

عدد تجارب المحاكاة موزعة حسب طريقة التقدير لكل من معلمتي التوزيع

وقد اظهر شكل رقم (١) ان طريقة التقدير الأفضل هي طريقة انحدار (RRE) ولكلا معلمتي التوزيع

٦-الاستنتاجات والتوصيات (Consolation and suggestion)

عند اجراء تجارب المحاكاة ظهرت مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات أهمها

١- اظهرت تجربة المحاكاة كفاءة طريقة (RRE) لتقدير معلمتي توزيع لوماكس مقارنة مع بقية المقدرات للطرائق الاخرى .

٢-استعمال طريقة Ridge لتقدير معلمتي توزيع لوماكس بوجود بيانات حقيقية

المصادر(References)

١- فرحان ، حلا ، سلمان (2007) " مقارنة طرائق تقدير دالة البقاء لتوزيع لوماكس باستخدام عينات مراقبة من النوع الثاني : رسالة ماجستير –كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد

2- Add-Elfattah, A .M..F.M.Alaboud and A0H.Alharby (2006) "On sample size estimation for Lomax distribution" ,nimeo. Institute for statistical studies and Research ,Cairo ,Egypt.

3- Ashour, S.K.Mandouh ,R.M. (2006) " Bayesian and Non-Bayesian estimation in two parameters Lomax dist. Ashoursamir @hotmail.com

4- David E. Giles (2011) "On the Bias of the maximum Likelihood Estimator for the two-parameter Lomax dis." university of Victoria ,department of economics

5- **Eldesoky E.Afify (2009) "Estimation of parameters for Pareto distribution " Minoufiya university,department of mathematics .**
6- **Hosking , J.R.M. (1986) " The theory of probability weighted moments " Research report RC 12210, IBM Research Division, Yorktown Heights ,NY.**
7- **Lomax ,K.S.(1954) "Business failures another example of the analysis of failure Data ," Journal of the American statistical Association ,49 , 847-852 .**
8- **Rasmussen , P. (2001) "Generalized probability weighted moments : Application to the generalized probability weighted moments : pareto distribution ," water Resource Research. 37(6) :1745-1751**
9- **Song ,D. and Ding ,J. (1988) " The application of probability weighted moments in estimating the parameters of the Pearson type three dist. ," Journal of hydrology 101: 47-61**

Comparison Ridge regression method with some classical methods to estimate the parameters of Lomax distribution by simulation

Abstract

In this research provide theoretical aspects of one of the most important statistical distributions which it is Lomax, which has many applications in several areas, set of estimation methods was used(MLE,LSE,GWPM) and compare with (RRE) estimation method ,in order to find out best estimation method set of simulation experiment (36) with many replications in order to get mean square error and used it to make compare , simulation experiment contrast with (estimation method, sample size ,value of location and shape parameter) results show that estimation method effected by simulation experiment factors and ability of using other estimation methods such as(Shrinkage, jackknife, kernel) in order to find best estimators .

Keywords **Lomax distribution- estimation method mean square error- shape parameter- location parameter- simulation experiments - Lagrange multiplier.**